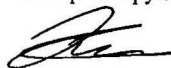


0- 785106

На правах рукописи



**БЕКБУЛАТОВ ИРЕК ГУМАРОВИЧ**

**РАЗДЕЛЕНИЕ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД ПРИ НАПОРНОМ ТЕЧЕНИИ  
В УЗЛАХ ФИЛЬТРОВАЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

05.17.08 – Процессы и аппараты химических технологий

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Казань – 2010

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика» Казанского государственного архитектурно-строительного университета (КГАСУ).

Научный руководитель	доктор технических наук, профессор <b>Ахмадиев Фаил Габдулбарович</b>
Официальные оппоненты	доктор технических наук, профессор <b>Елизаров Виктор Иванович</b>  доктор технических наук, профессор <b>Федяев Владимир Леонидович</b>
Ведущая организация	Московский государственный университет инженерной экологии (г.Москва)

Защита состоится «26» ноября 2010 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.080.06 при Казанском государственном технологическом университете по адресу: 420015, г.Казань, ул.К.Маркса, 68, зал заседаний Ученого совета, А-330.

С авторефератом можно ознакомиться на сайте университета [www.kstu.ru](http://www.kstu.ru)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского государственного технологического университета.

Автореферат разослан «26» октября

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000730128

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор технических наук,  
профессор

С.И.Поникаров

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ\*

**Актуальность темы.** В гравитационных и центробежных полях протекают разнообразные гидродинамические процессы. Применение гравитационных и центробежных аппаратов, где реализуются напорные течения разделяемой среды, является одним из направлений повышения эффективности гидродинамических процессов.

Недостаток надежных, научно обоснованных методов расчета процессов фильтрации, где рабочими узлами являются трубы, каналы различной сложной геометрической формы, не всегда позволяет определять оптимальные условия и диапазоны эксплуатации аппаратов на стадии их проектирования, модернизации. На данный момент процессы фильтрации рабочих сред при напорных течениях по проницаемым каналам и трубчатым элементам в узлах фильтровального оборудования изучены недостаточно. Исследование гидродинамических процессов при разделении двухфазных сред, протекающих в поле гравитационных и центробежных сил, в условиях напорного течения в трубах и каналах различной формы, является актуальной задачей. Корректный анализ этих процессов должен проводиться на основе адекватного описания их гидродинамической обстановки, в частности, на основе уравнений механики многофазных сред.

**Целью работы** является разработка методов расчета процессов течения и фильтрации двухфазных сред с неньютоновской реологией с образованием и без образования осадка при напорном течении в проницаемых каналах и трубах, которые являются рабочими узлами фильтровального оборудования, и методики их расчета.

### **Научная новизна работы:**

- Развита метод равных расходов для расчета напорного течения двухфазных сред со сложной реологией в каналах и трубах произвольных геометрических форм с проницаемыми стенками.
- Построены математические модели фильтрации двухфазных сред со сложной реологией с образованием и без образования осадка с учетом инерционных эффектов, переменной концентрации и расхода, при напорном течении в проницаемых каналах и трубчатых элементах в поле гравитационных и центробежных сил.
- Определены закономерности гидродинамической обстановки процессов фильтрации двухфазных сред при напорном течении в проницаемым каналам и трубчатым элементам в поле гравитационных и центробежных сил.

---

\* В руководстве работой принимал участие проф., д.т.н. Ибятков Р.И.

- Предложена методика расчета процессов фильтрации двухфазных сред при напорном течении в проницаемых каналах и трубчатых элементах в поле гравитационных и центробежных сил.
- Разработан алгоритм оптимального оформления рабочих узлов фильтровального оборудования, в которых реализуются напорные течения разделяемых сред.

**Практическая значимость работы.** Полученные результаты могут быть использованы при расчете рабочих элементов фильтровального оборудования, в которых протекают напорные течения двухфазных сред. Для существующих аппаратов разработанные методики дают возможность определить рациональный режим их функционирования и пути дальнейшей модернизации. Предложенные методики расчета и оптимизации оборудования были использованы в ОАО «Хитон», г. Казань и ФКП «Гос НИИХП» при определении технологических режимов и выборе узлов фильтровального оборудования.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы доложены и обсуждены на 18,19, 20,21,22, 23 Международных научных конференциях "Математические методы в технике и технологиях" (Казань, 2005 г.; Воронеж, 2006 г.; Ярославль, 2007 г, Саратов, 2008 г., Псков, 2009 г. Саратов, 2010 г.); Международной научной конференции «Энерго-и-ресурсосберегающие технологии и оборудование, экологически безопасные производства» г. Иваново, 2004; 16,17,19 Международном конгрессе по химической технологии «CHISA» (Прага, 2004г., 2006г., 2010г.).

#### **Положения выносимые на защиту:**

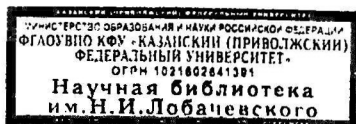
-Математическая модель фильтрации двухфазных сред с неньютоновской реологией при напорном течении в проницаемых каналах и трубах с образованием и без образования осадка, с учетом инерционных эффектов, переменности концентрации и расхода в поле массовых сил.

-Адаптация метода равных расходов для расчета процесса фильтрации двухфазных сред с неньютоновской реологией при напорном течении в проницаемых каналах и трубчатых элементах.

-Алгоритм расчета течения двухфазных сред с неньютоновской реологией при их фильтровании по проницаемым каналам и трубам с учетом перепада давлений в поле гравитационных сил.

-Методики расчета для процессов фильтрации двухфазных сред при напорном течении по проницаемым каналам и трубчатым элементам в поле массовых и центробежных сил.

-Алгоритм оптимального оформления рабочих узлов фильтровального оборудования, в которых реализуются напорные течения разделяемых сред.





**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 13 научных работ. Из них статей по перечню ВАК 2, научных статей 11.

**Объем и структура работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения и списка литературы из 353 наименований. Содержание работы изложено на 146 страницах машинописного текста, включая 40 рисунок.

Автор выражает благодарность доктору технических наук, профессору Холпанову Леониду Петровичу за ценные практические советы и рекомендации в процессе выполнения данной работы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы, ее научная и практическая значимость, сформулирована цель работы, изложены основные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** содержит обзор имеющейся научной литературы по теме диссертации. Дается краткое описание конструкций аппаратов, в которых реализуются гидродинамические процессы фильтрации, основанные на напорном течении двухфазных сред в проницаемых каналах и трубах. Показан спектр применения этих аппаратов в различных отраслях промышленности. Отмечено, что слабая изученность и недостаточность методик расчета сдерживает внедрение фильтровального оборудования в промышленность.

Обзор научных публикаций показал, что вопросы гидродинамики двухфазной среды, текущей в проницаемых каналах и трубах изучены недостаточно. На характеристики потока сильное влияние оказывают начальные условия и гидродинамический начальный участок, поэтому актуальна задача исследования поведения двухфазной среды, движущейся в проницаемых каналах и трубах с учетом начального участка.

Анализ имеющейся научной литературы показал, что весьма слабо отражена проблема фильтрации неньютоновских сред при напорном течении в проницаемых каналах и трубах. На основе анализа литературного материала сформулированы цели и задачи диссертационной работы.

Во второй главе развит метод равных расходов для расчета процесса фильтрации двухфазных сред с неньютоновской реологией при напорном течении в проницаемых каналах и трубах различной геометрической формы. Рассматривается ламинарное и установившееся течение неньютоновской среды (в частности со степенной моделью Оствальда де Вилля) с твердой фазой в проницаемых каналах и трубах с сечением различной формы. Уравнения течения записываются в осесимметричной и плоской постановке в ортогональной системе координат, в которой одна из координатных поверхностей  $x_2 = const$

совпадает со стенкой канала, а координатные поверхности  $x_1 = \text{const}$  составляют семейство нормалей к ней. Схема течения представлена на рис. 1

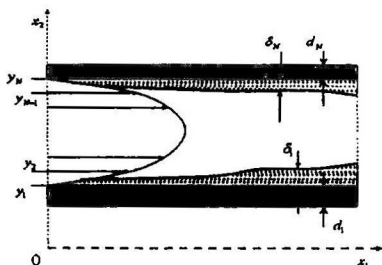


Рис. 1

При значительном превышении длины над поперечным размером канала, в этой выбранной системе координат, порядок продольной скорости основного потока будет значительно превышать порядок поперечной скорости. После проведения анализа значимости слагаемых, двумерные упрощенные уравнения сохранения массы и движения дисперсной смеси для случая многофазного течения могут быть записаны в виде

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial(H_2 H_3 \rho_i U_i)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho_i V_i)}{\partial x_2} = 0, \quad i = \overline{1, \theta} \\ & \rho_i \left( \frac{U_i}{H_1} \frac{\partial U_i}{\partial x_1} + \frac{V_i}{H_2} \frac{\partial U_i}{\partial x_2} + \frac{U_i V_i}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = - \frac{\alpha_i}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + T_i - \sum_{j=2}^{\theta} F_{ij1} + \rho_i F_{i1}, \\ & - \rho_i \frac{U_i^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = - \frac{\alpha_i}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} - \sum_{j=2}^{\theta} F_{ij1} + \rho_i F_{i2}, \end{aligned} \right. \quad (1')$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \rho_i \left( \frac{U_i}{H_1} \frac{\partial U_i}{\partial x_1} + \frac{V_i}{H_2} \frac{\partial U_i}{\partial x_2} + \frac{U_i V_i}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = - \frac{\alpha_i}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \sum_{j=1}^{\theta} F_{ij1} + \rho_i F_{i1}, \quad i = \overline{2, \theta} \\ & - \rho_i \frac{U_i^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = - \frac{\alpha_i}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \sum_{j=2}^{\theta} F_{ij2} + \rho_i F_{i2}, \quad i = \overline{2, \theta}, \end{aligned} \right. \quad (2')$$

где  $U_i, V_i$  — компоненты скорости  $i$ -ой фазы в направлении координат  $x_1, x_2$ , м/с;  $\alpha_i$  и  $\rho_i$  — объемная концентрация и приведенная плотность  $i$ -ой фазы соответственно;  $P$  — давление в жидкости, н/м<sup>2</sup>;  $F_{i1}, F_{i2}$  — компоненты массовой силы в направлении координат  $x_1, x_2$ , м/с<sup>2</sup>;  $F_{ij}, F_{ij1}, F_{ij2}$  — силы межфазного взаимодействия и их проекции на соответствующие оси  $x_1, x_2$ , кг/(м<sup>2</sup> с<sup>2</sup>);  $H_1, H_2, H_3$  — коэффициенты Ляме; для упрощения записи вязкий член обозначен как

$$T_1 = \frac{1}{H_1^2 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ H_1^2 H_3 m \left| \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{U_1}{H_1} \right) \right|^{n-1} \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{U_1}{H_1} \right) \right].$$

В предположении незначительности расслоения составляющих фаз в области течения, может быть использована квазигомогенная модель для определения скоростей несущей фазы. Принимая  $U = U_1 \approx U_i$ ,  $V = V_1 \approx V_i$  ( $i = \overline{2, \theta}$ ), из (1)-(2) получим:

$$\frac{\partial(H_2 H_3 \rho U)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho V)}{\partial x_2} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{U}{H_1} \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial U}{\partial x_2} + \frac{UV}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = - \frac{1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + T_1 + \rho F_1, \quad (2)$$

$$- \rho \frac{U^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = - \frac{1}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \rho F_2, \quad (3)$$

здесь  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) - средняя плотность среды,  $m$  (кг с<sup>n-2</sup>/м) - коэффициент консистенции являются функциями концентрации частиц,  $n$  - коэффициент нелинейности среды.

Фильтрационный поток зависит от сопротивления стенки и образовавшегося на ней слоя осадка. Фильтрационный процесс через стенку определяется уравнениями:

$$\frac{\partial H_1 H_3 V_m}{\partial x_2} = 0, \quad V_m^n = - \frac{k_m}{\psi_m} \frac{\partial P_m}{H_2 \partial x_2}. \quad (4a)$$

Граничные и начальные условия:

$$x_2 = x_{2,m} : P_m = P_a;$$

$$x_2 = x_{2,m} \pm d_m : P = P_m, \quad U = 0, \quad \alpha_1 \cdot V = V_m;$$

$$x_1 = x_{1,n} : \bar{\alpha}_2 = \bar{\alpha}_{2,n}, \quad U = U_n(x_2)$$

Для описания фильтрации через слой осадка записываются аналогичные уравнения:

$$\frac{\partial H_1 H_3 V_0}{\partial x_2} = 0, \quad V_0^n = - \frac{k_0}{\psi_0} \frac{\partial P_0}{H_2 \partial x_2}; \quad (4б)$$

Граничные и начальные условия:

$$x_2 = x_{2,m} : P_m = P_a;$$

$$x_2 = x_{2,m} \pm d_m : P_0 = P_m, \quad V_0 = V_m;$$

$$x_2 = x_{2,m} \pm d_m \pm \delta : P = P_0, \quad U = 0, \quad \alpha_1 V = V_0;$$

$$x_1 = x_{1,n} : U = U_n(x_2).$$

Сюда добавляется начальное условие по времени:  $\delta = 0$  при  $t = 0$ .

Здесь  $k_m, k_0$  – коэффициенты проницаемости стенки, осадка соответственно,  $M^2$ ;  $\psi_m, \psi_0$  – эквивалентные (кажущиеся) вязкости стенки и осадка соответственно, кг  $\text{с}^{n-2}/\text{м}^n$ ;  $P, P_m, P_0, P_s$  – давления несущей фазы внутри потока, внутри стенки, в осадке, за стенкой;  $d_m, \delta$  – толщины стенки и осадка на ней соответственно;  $x_{2,m}$  – координата внешней поверхности стенки;  $x_{1,m}$  – продольная координата входа в трубу или канал. Знаки  $\pm$  уточняются после выбора геометрии канала и системы координат.

Скорость движения твёрдой фазы определяется из уравнений сохранения дисперсной фазы.

Уравнения системы (1)-(4) являются нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных, которые в квадратурах не интегрируются. В связи с этим нелинейная система (1)-(4) решается с помощью метода поверхностей равных расходов. В поле течения выбираются поверхности равных расходов (трубки тока)  $y_k$  ( $k = \overline{1, N}$ ), форма которых определяется геометрией сечения канала. Поверхности равных расходов  $y_1(x_1)$  и  $y_N(x_1)$  совпадают с поверхностями, ограничивающими область течения (рис.1). Причем, если область течения среды есть круглая цилиндрическая труба, то линия тока  $y_N(x_1)$  совпадает с поверхностью трубы, а линия  $y_1(x_1) = 0$  – с осью симметрии – линией – центром трубы (рис.1.1). Задача о развитии течения среды сводится к численному определению положений поверхностей равных расходов и скоростей на них.

Если не учитывать массообменных процессов, то изменения расхода сплошной фазы между введенными поверхностями определяются следующим образом

$$\Phi_k(x_1) = \frac{d}{H_1 dx_1} \int_{y_{k-1}}^{y_k} \alpha_1 Z U H_2 dx_2, \quad k = \overline{2, N}, \quad (5)$$

где  $Z = H_3(x_{3,k} - x_{3,n})$  - ширина области течения.

Интегральное условие сохранения сплошной фазы для произвольного сечения  $x_1$  запишется в виде

$$\int_{y_1}^{y_N} \alpha_1 U Z H_2 dx_2 + \int_{x_{1,n}}^{x_1} (\alpha_1 |V| Z H_1)_{x_2=y_1} dx_1 + \int_{x_{1,n}}^{x_1} (\alpha_1 |V| Z H_1)_{x_2=y_N} dx_1 = Q_{1,n} \quad (6)$$

При раскрытии модуля скорости нужно учитывать направления потока фильтрации жидкости относительно оси  $x_2$ . Аналогичным образом записываются балансовые соотношения для каждого слоя  $[y_{k-1}, y_k]$ . После их дифференцирования по  $x_1$  не трудно показать, что имеют место соотношения

$$\begin{aligned}\Phi_2(x_1) &= -(\alpha_1|V|ZH_1)_{x_2=y_1}, \\ \Phi_k(x_1) &= 0, \quad k = \overline{3, N-1}, \\ \Phi_N(x_1) &= -(\alpha_1|V|ZH_1)_{x_2=y_N}.\end{aligned}\quad (7)$$

Из уравнений определим (5) и (6), используя формулу численного интегрирования, получим уравнение для определения поверхностей равного расхода:

$$\frac{dy_k}{dx_1} = \frac{dy_{k-1}}{dx_1} + \frac{2H_1\Phi_k}{\Delta_k} - \frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta_k} \cdot \frac{d\Delta_k}{dx_1}, \quad k = \overline{2, N}; \quad (8)$$

где  $\Delta_k = (\alpha_1 UZH_2)_{k-1} + (\alpha_1 UZH_2)_k$ .

Уравнения движения (2) на линиях тока  $y_k$  запишутся в виде:

$$\frac{\rho U_k}{H_1} \frac{dU_k}{dx_1} = -\frac{1}{H_1} \frac{dP_k}{dx_1} - \frac{\rho U_k V_k}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + T_1^k + \rho F_1 \quad (9)$$

Слагаемое  $T_1^k$  в правой части (9) содержит частные производные по поперечной координате. Для их вычисления сеточные решения представляется в виде разложения в ряд по полной системе базисных функций  $\Psi_j(x_2)$ :

$$U(x_1, x_2) = \sum_{j=2}^{N-1} A_j(x_1) \Psi_j(x_2) \quad (10)$$

Такое представление по (заданным на входе) известным значениям скорости на линиях тока ( $x_2 = y_k(x_1)$ ) позволяет определить коэффициенты  $A_j(x_1)$  и вычислить требуемые частные производные для величины  $T_1^k$  в аналитическом виде. Трудности интегрирования уравнений движения для напорных течений связаны с определением падения давления по длине канала. Неизвестный градиент давления неявно присутствует во всех рекуррентных уравнениях (8). Система уравнений (8)-(9) приводится к виду

$$\frac{dU_k}{dx_1} = L_k \frac{dP}{dx_1} + I_k, \quad (11)$$

$$a_k \frac{dy_{k-1}}{dx_1} + b_k \frac{dy_k}{dx_1} + c_k \frac{dP}{dx_1} = d_k. \quad (12)$$

При решении системы (12) положения двух поверхностей равного расхода  $y_1(x_1)$  и  $y_N(x_1)$  из  $N$  введенных считаются известными, поскольку они совпадают либо с поверхностями канала, либо с поверхностями слоя осадка. Так как система (12) состоит из  $N-1$  дифференциальных уравнений, одно уравнение освобождается для определения градиента давления  $dP/dx$ . Система (12) решается методом прогонки, после этого можно определить значения правых частей системы дифференциальных уравнений (8)-(9).

Для замыкания системы (11)-(12) в зависимости от режима фильтрации нужны некоторые дополнительные уравнения и соответствующие граничные условия. После этого, дополненные уравнения системы (11)-(12) позволят рассчитать процессы сгущения двухфазных сред в конкретных каналах и трубах.

При фильтрации сплошной фазы через стенку дисперсные частицы задерживаются в рабочей зоне. Если значения касательных напряжений на стенке незначительны, то задержанные на поверхности частицы увлекаются потоком. В этом случае происходит фильтрация без образования осадка или сгущение разделяемой среды. При этом изменяется средняя концентрация по длине аппарата.

Концентрацию твердых включений можно представить как функцию от продольной координаты  $\bar{\alpha}_2 = \bar{\alpha}_2(x_1)$ . Поскольку количество твердой фазы остается неизменным  $\bar{\alpha}_2(x_1)Q(x_1) = const$ , и из-за фильтрации лишь меняется количество жидкой фазы, то уравнение для изменения концентрации твердых включений будет иметь вид:

$$\frac{d\bar{\alpha}_2}{dx_1} = \bar{\alpha}_2 \cdot \frac{(\alpha_1|V|ZH_1)_{x_2=y_1} + (\alpha_1|V|ZH_1)_{x_2=y_N}}{\int_{y_1}^{y_N} UZH_2 dx_2} \quad (13)$$

Уравнения фильтрации, граничные и начальные условия в (4а,б) с учетом условия  $\delta = 0$  и конкретных геометрических параметров были построены для областей течения: плоской щели, трубы -схема течения представлена на рис. 1.1 и соосных цилиндров -схема течения представлена на рис. 1.2.

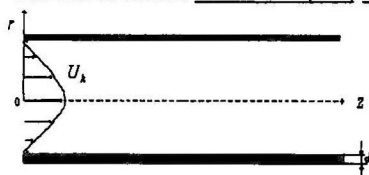


Рис. 1.1. Схема течения в круглой трубе.

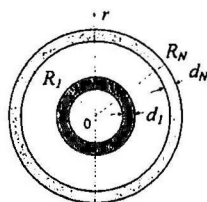
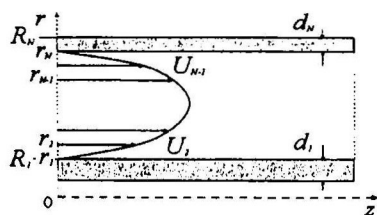


Рис. 1.2. Схема течения для соосных цилиндров.

Были проведены численные расчёты на ЭВМ, которые позволили установить влияние основных режимных параметров на изменение концентрации дисперсной фазы в случае процесса фильтрации без образования слоя осадка.

Характерный вид поверхностей равных расходов показан для течения в плоской щели на рис. 2. На входе течение в пристенной зоне замедляется, а в центре области течения, наоборот, разгоняется. Поэтому на начальном участке линии тока прижимаются к центру щели. В дальнейшем из-за фильтрации жидкости линии тока стремятся к стенкам и поочередно исчезают (рис. 2). На начальном участке происходит развитие течения: профиль скорости от заданного начального профиля развивается до параболического (рис. 3). В расчетах были использованы различные виды начального профиля: плоский, треугольный, параболический. Во всех случаях профиль развивался до некоторого установившегося вида, который не зависит от выбора начального профиля.

### Результаты расчётов.

Интенсивность сгущения суспензии при увеличении коэффициента среды  $n$  возрастает, а при росте консистенции среды  $m$  замедляется.

Фильтрация жидкости через проницаемую стенку вызывает изменения расхода. При положительном избыточном давлении расход падает. Соответственно, по длине трубы уменьшаются продольная скорость и давление. Интенсивности этих изменений определяются скоростью фильтрации, которая в свою очередь сильно зависит от реологии среды и перепада давления на стенке трубы. Из-за уменьшения давления скорость фильтрации по длине трубы падает (рис. 4). На рис. 5 показана зависимость изменения расхода от реологии среды (от коэффициента нелинейности среды). С увеличением коэффициента нелинейности среды расход уменьшается быстрее. Скорость фильтрации (интенсивность оттока жидкости) прямо пропорциональна проницаемости стенки и обратно пропорциональна вязкости.

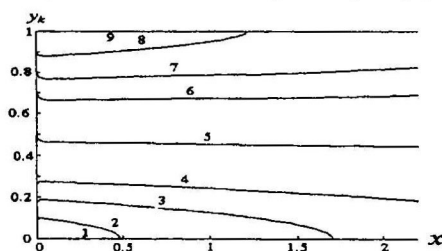


Рис. 2. Линии тока для течения степенной жидкости с фильтрацией в плоской щели для  $Re_n = 100$ ,  $m = 0.5 \times 10^{-3} \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}$ ,  $n = 1.2$ ,  $K_{m1} = 0.5 \times 10^{-6}$ ,  $K_{mN} = 0.1 \times 10^{-6}$ ,  $K_0 = 0.5 \times 10^{-5}$

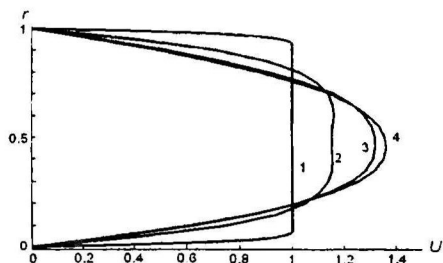


Рис. 3. Развитие профиля скорости от плоского до параболического при отсутствии фильтрации в пространстве между соосными цилиндрами при:  $Re_n = 100$ ,  $m = 0.5 \times 10^{-3} \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}$ ,  $n = 0.8$ . Профили соответствуют сечениям канала: 1 –  $Z=0$ , 2 –  $Z=0.005$ , 3 –  $Z=0.02$ , 4 –  $Z=0.2$ .

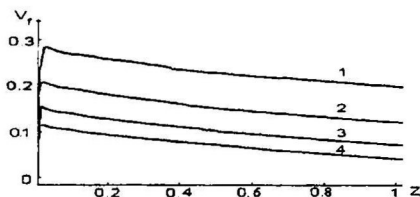


Рис. 4. Изменения безразмерной скорости фильтрации по длине трубы при различных  $m$  для  $n=1$ : 1 –  $Re_n=89$ ,  $m=0.35 \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}$ ; 2 – 69 и 0.45; 3 – 56 и 0.55; 4 – 48 и 0.65.

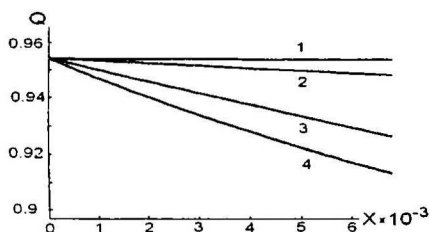


Рис. 5. Изменение расхода при сгущении суспензии в плоской щели для различных значений коэффициента нелинейности среды  $n$ : 1 –  $n=0.8$ , 2 –  $n=1.0$ , 3 –  $n=1.2$ , 4 –  $n=1.4$ ;  $Re_n = 100$ ,  $m = 0.5 \times 10^{-3} \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}$ .

В целом взаимозависимость параметров процесса сгущения суспензии имеет сложный характер. Поэтому при определении геометрических размеров элементов фильтровального оборудования, значений технологических параметров необходимо учитывать весь комплекс гидромеханических параметров в их взаимосвязи. Это можно обеспечить лишь поставив и решив задачу оптимизации процесса фильтрования в узлах аппарата.

В **третьей главе** рассмотрен процесс фильтрования гетерогенной среды при ее напорном течении в проницаемых каналах и трубах с образованием неподвижного слоя осадка, который реализуется если значения касательных напряжений на границах области течения  $\tau$  значительны. При  $\tau \geq \tau_{\text{крит}}$  для дисперсных частиц, задержанных на поверхности, отсутствуют явления скольжения и вторичного уноса. Частицы не увлекаются потоком и остаются на поверхности



стенки - будет протекать процесс фильтрования суспензии с образованием неподвижного слоя осадка.

Интенсивность роста слоя осадка на  $j$ -й стенке определяется потоком частиц  $i$ -ой фракции к стенке, вызванным фильтрационным движением жидкости

$$\frac{\partial \delta_j(t, x_1)}{\partial t} = \alpha_j \left( \frac{|V_i|}{\alpha_{20}} \right)_{x_1=x_j}, \quad j=1 \text{ и } N.$$

В квазигомогенной модели последнее уравнение с учетом условия  $\alpha_1 V_i|_j = V_0|_j$  на границе среда-осадок принимает вид

$$\frac{\partial \delta_j(t, x_1)}{\partial t} = \frac{\bar{\alpha}_2}{\alpha_1} \cdot \frac{V_{0j}}{\alpha_{20}}, \quad j=1 \text{ и } N. \quad (14)$$

Основное течение среды вдоль канала описывается уравнениями (8), (9), которые для удобства приводятся к виду (11), (12). Фильтрационный поток зависит от сопротивления стенки (мембраны) и образовавшегося на ней слоя осадка. Фильтрационные процессы через мембрану и осадок определяются уравнениями (4а), (4б), которые записываются отдельно для мембраны и отдельно для слоя осадка.

Граничные условия (4в-4е) с учетом конкретных геометрических параметров, в качестве примера, были построены для областей течения: плоской щели, круглой трубы и для пространства между соосными цилиндрами. Поскольку распределение толщины осадков вдоль канала вычисляются численно, то есть дискретно, то на каждом шаге решения по времени необходимо провести сглаживание значений  $\delta_k(x_1)$ .

Численные расчеты были выполнены для плоской щели, круглой трубы и в пространстве между соосными цилиндрами.

Толщина осадка по длине трубы уменьшается, поскольку падают давление потока и скорость фильтрации. При увеличении вязкости несущей фазы толщина осадка уменьшается (рис. 6), так как уменьшается скорость фильтрации (рис. 4). Увеличение исходной концентрации суспензии вызывает рост толщины осадка (рис. 7). Со временем толщина осадка растет при этом интенсивность роста слоя осадка, то есть скорость фильтрации со временем монотонно убывает. Поэтому количество выделенного фильтрата на единицу проницаемой поверхности уменьшается. На рис. 8 показано изменение линий тока по времени. Как видно из рисунка, координата точки исчезновения линии тока со временем перемещается вниз по течению. Это объясняется тем, что рост слоя осадка приводит к увеличению сопротивления осадка.

В процессе фильтрования происходит падение давления по длине области течения. Интенсивность падения давления обратно пропорциональна величине

первоначального перепада давления, рис. 9. Толщина осадка пропорциональна величине первоначального перепада давления при этом, уменьшение коэффициента нелинейности среды  $n$  приводит к уменьшению толщины слоя осадка. На рис.10 показано как изменяется профиль скорости по продольной координате при фильтровании среды с образованием осадка. Вблизи у стенки цилиндра меньшего диаметра изменение профиля скорости происходит быстрее, чем у стенки большего диаметра.

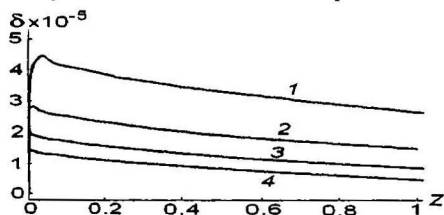


Рис. 6. Зависимости безразмерной толщины осадка от безразмерной продольной координаты при различных  $m$  для  $n=1$ : 1 —  $Re_n = 89, m = 0.35 \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}$ ; 2 —  $69 \text{ и } 0.45$ ; 3 —  $56 \text{ и } 0.55$ ; 4 —  $48 \text{ и } 0.65$ .

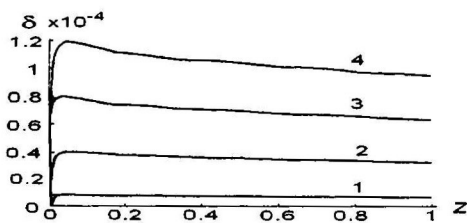


Рис. 7. Зависимости безразмерной толщины осадка от безразмерной продольной координаты при различных  $\alpha_2$  для  $Re_n = 51, m = 0.3 \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}, n=1, K_m = 0.5 \times 10^{-5}, K_0 = 0.37 \times 10^{-8}, t=60$ : 1 —  $\alpha_2 = 0.01$ , 2 —  $0.05$ , 3 —  $0.1$ , 4 —  $0.15$ .

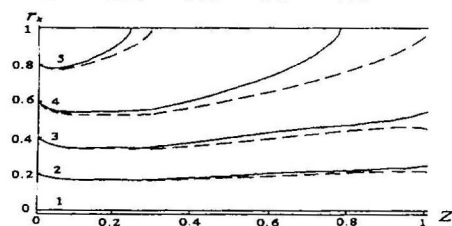


Рис. 8. Линии тока в безразмерных координатах при различных  $t$ : сплошные линии —  $t=30$ , пунктирные линии —  $80$ .

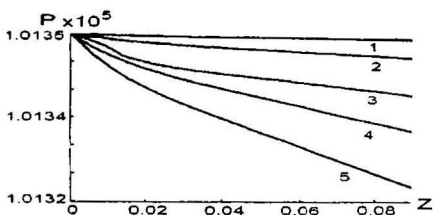


Рис. 9. Зависимости размерного давления при течении в пространстве между соосными трубами от безразмерной продольной координаты для различных начальных значений перепада давления  $\Delta P$ : для  $Re_n = 10, m = 0.36 \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}, n=1$ : 1 —  $\Delta P = 50 \text{ Па}$ , 2 —  $40 \text{ Па}$ , 3 —  $30 \text{ Па}$ , 4 —  $20 \text{ Па}$ , 5 —  $10 \text{ Па}$ .

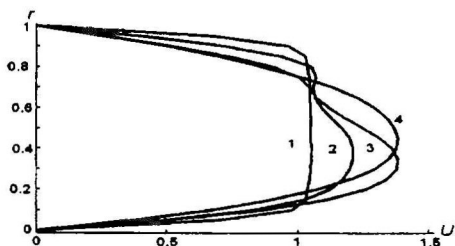
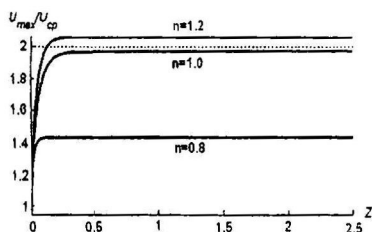


Рис. 10. Развитие профиля безразмерной скорости от плоского до параболического при фильтрации в пространстве между соосными цилиндрами при:  
 $Re_n = 270$ ,  $m = 0.5 \times 10^{-3}$  кг с<sup>n-2</sup>/м,  
 $n = 0.8$ . Профили соответствуют сечениям трубы: 1—  $0.01 \cdot L$ , 2—  $0.05$ , 3—  $0.1$ , 4—  $0.9$ .

В целом взаимозависимость параметров процесса образования осадка имеет сложный характер. Для ускорения процесса можно увеличить давление на входе. Однако при этом увеличивается скорость течения, и в конечном итоге к увеличению длины фильтровального элемента. Также, при накоплении осадка на стенках скорость фильтрации через этот слой осадка начинает падать. Это приводит к тому, что для получения определённого количества filtrата необходимо увеличить длину фильтровального элемента. Поэтому при определении геометрических размеров элементов фильтровального оборудования, значений технологических параметров необходимо учитывать весь комплекс гидромеханических взаимодействующих параметров. Для этого необходима постановка и решение задачи оптимизации процесса фильтрации. В четвертой главе проводится проверка достоверности построенных математических моделей процессов фильтрации при течении дисперсных сред в различных элементах фильтрационного оборудования и практические рекомендации по их использованию.

В качестве тестового параметра, используемого для описания процесса установившегося течения ньютоновской жидкости в непроницаемых каналах и трубах взято отношение максимальной скорости к характерной скорости - нормированной максимальной скорости. Сравнение проводилось, как с известными, так и с вновь полученными автором точными решениями, экспериментальными данными для установившегося течения ньютоновской, степенной жидкости в непроницаемой плоской щели, непроницаемой трубе и в пространстве между соосными цилиндрами. Для этих решений получены формулы зависимости нормированной максимальной скорости от коэффициента нелинейности реологии и проведено сравнение этих зависимостей с результатами численных расчётов.



Продольные нормированные скорости в центре непроницаемой трубы:

Рис. 11 при различных значениях  $n=0.8$ ,  $n=1$ ,  $n=1.2$

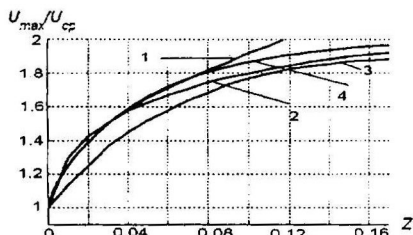


Рис. 12. 1 – результаты Шиллера, 2 – Никурадзе (эксперимент), 3 – Буссинеска, 4 – результаты автора

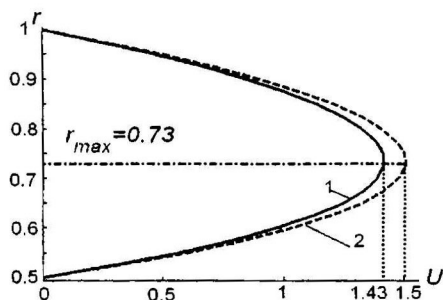


Рис. 13. Профили скорости: 1 – полученный численно, 2 – точное решение; течение в пространстве между соосными цилиндрами при отсутствии фильтрации при:  $Re_n = 10$ ,  $m = 0.1 \times 10^{-1} \text{ кг с}^{n-2}/\text{м}$ ,  $n = 1$ .

Для примера проведено качественное сравнение значений нормированной скорости в центре трубы, вычисленных по предлагаемой модели (рис. 11) и по формуле. Видно, что для  $n=0.8 < 1$  значение скорости  $< 2$ , для  $n=1$  значение скорости  $= 2$ , для  $n=1.2 > 1$  значение скорости  $> 2$ , что вполне согласуется с формулой. Для соосных цилиндров соответствующее сравнение можно увидеть на рис. 13. На рис. 12 приведены сравнения по нормированной скорости результатов автора с теоретическими расчетами и результатами экспериментов, взятыми из литературных источников. Погрешность не превышает 10-15%.

Предложена методика расчета оборудования, использующего проницаемые каналы и трубчатые элементы в качестве рабочих узлов.

На основе полученных результатов была поставлена задача оптимизации проектирования рабочих узлов фильтровального оборудования, которая является центральным моментом методики расчёта.

В качестве управляющих параметров выбраны давление на входе  $P_{вх}$  и вне

аппарата  $P_{внеш}$ , перепад давлений  $\Delta P$ , поперечный характерный размер  $H$  и длину аппарата  $l$ .

Для процесса фильтрования без образования осадка задачу оптимизации можно сформулировать в виде:

$$\begin{aligned} &\text{Найти } \max Q_1, \max \alpha_2, \min l \text{ при параметрических ограничениях} \\ &\Delta P^{\min} \leq \Delta P \leq \Delta P^{\max}, H^{\min} \leq H \leq H^{\max}, l^{\min} \leq l \leq l^{\max}, P_{ax} \leq P_{ax, \text{зад.}} \\ &Z^{\min} \leq Z \leq Z^{\max}, P_{внеш.} \leq P_{внеш. \text{ зад.}}, \alpha_2(l_{\text{опт}}) \leq \alpha_{2 \text{ кон}}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $Q_1$  – производительность аппарата (расход фильтрата),  $\alpha_2$  – степень сгущения (концентрация твердой фазы),  $l$  – длина аппарата.

Для процесса фильтрования с образованием осадка задачу оптимизации можно сформулировать в виде:

Найти  $\max Q_1$  и  $\min \alpha_2$ ,  $\min l$  при параметрических ограничениях (15) и функциональном ограничении  $\delta(x_{\text{кон}}) < \varepsilon$ , где  $\delta(x_{\text{кон}})$  – толщина осадка в конце аппарата.

После решения задачи оптимизации по найденным технологическим и геометрическим параметрам проводится конструкторский расчет.

#### Основные результаты и выводы

1. Развита метод равных расходов для расчета напорного течения двухфазных сред со сложной реологией в каналах и трубах произвольных геометрических форм.
2. Построены математические модели фильтрования двухфазных сред со сложной реологией с образованием и без образования осадка с учетом инерционных эффектов, переменности концентрации и расхода, при напорном течении в проницаемых каналах и трубчатых элементах в поле гравитационных и центробежных сил.
3. Выполнены численные расчеты на основе построенных математических моделей для процессов фильтрования двухфазных сред при течении по трубам и каналам и выявлены закономерности влияния основных параметров на гидродинамику течения. Проведена проверка адекватности моделей и показано, что полученные результаты хорошо согласуются с результатами работ других авторов. Погрешность не превышает 10-15%.
4. Проведен вычислительный эксперимент на математической модели для процесса сгущения двухфазных сред при течении по каналам и трубам и установлены закономерности, показывающие изменение концентрации дисперсной фазы.
5. На основе проведенного анализа численных расчетов установлены зако-

номерности влияния основных параметров процесса на изменение толщины слоя осадка и скорости фильтрации. По построенным уравнениям для определения толщины движущегося слоя осадка и скорости фильтрации проведен анализ и изучено влияние параметров процесса на данные характеристики.

6. На базе анализа полученных закономерностей предложена методика расчета элементов фильтрующего оборудования. Разработанная методика дает возможность рассчитывать рабочие элементы оборудования, имеющих форму каналов и труб различных геометрических форм, а для уже существующих аппаратов определить рациональный режим их функционирования.
7. Результаты, полученные в данной работе можно использовать также при тонкоплочном разделении двухфазных сред с образованием и без образования осадка в центробежном поле.
8. Построенные математические модели и методы расчета, предложенные алгоритмы составляют основу решения задач оптимизации и управления процессами разделения суспензий для широкого класса фильтров и центрифуг. Результаты выполненных теоретических и прикладных исследований, выработанные рекомендации могут быть использованы в профильных научно-исследовательских и проектных организациях, промышленных предприятиях, связанных с разделением, фильтрованием и очисткой жидких сред.
9. Дальнейшее исследования по разделению двухфазных сред должны быть проведены с учётом сжимаемости осадка, переменности свойств разделяемых сред.

Предложенная методика расчета и оптимизации оборудования были использованы в ОАО «Хитон», г. Казань и ФКП «Гос НИИХП» при определении технологических режимов и выборе узлов фильтровального оборудования.

**Публикации в изданиях рекомендованных ВАК для размещения материалов диссертации:**

- 1) Бекбулатов, И.Г. Математическое моделирование течения многофазной гетерогенной среды по проницаемой трубе / Р.И. Ибяттов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, И.Г. Бекбулатов // Теоретические основы химической технологии –2005. –Т. 39. –№ 5. –С. 533–541.
- 2) Бекбулатов, И.Г. Математическое моделирование течения многофазной гетерогенной среды по проницаемому каналу / Р.И. Ибяттов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, И.Г. Бекбулатов // Теоретические основы химической технологии –2007. –Т. 41. – № 5. – С. 514 – 523.

### **Научные статьи в сборниках и материалах конференций:**

- 3) Бекбулатов, И.Г. Расчет фильтрования дисперсных сред в трубчатых аппаратах / И.Г. Бекбулатов, Р.И. Ибяттов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев // *Материалы международной научной конференции «Энерго-и-ресурсосберегающие технологии и оборудование, экологически безопасные производства»*. – Иваново. – 2004. – Т. – 2. – С. 9 - 10.
- 4) Bekbulatov I.G. Hydrodynamics of heterogeneous mediums in tubes and channels with permeable walls / F.G. Akhmadiev, R.I. Ibjatov, L.P. Kholpanov, I.G. Bekbulatov // *16th International Congress of Chemical and Process Engineering*. – Praha. –2004. – V. 2. – P. 871. Полный текст в CD CHISA – 2004.
- 5) Бекбулатов, И.Г. Расчет процесса фильтрования гетерогенных сред в трубчатых аппаратах / Ф.Г. Ахмадиев, Л.П. Холпанов, Р.И. Ибяттов, И.Г. Бекбулатов // *Сборник трудов XVIII Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-18)*. – Казань. – 2005. – Т.1.. – С. 15–17.
- 6) Bekbulatov I.G. Calculation of filtering of mediums in tubular kettles / R.I. Ibjatov, F.G. Akhmadiev, L.P. Kholpanov, I.G. Bekbulatov// *17th International Congress of Chemical and Process Engineering*. – Praha. – 2006. – P. 27-31. Полный текст в CD CHISA – 2006.
- 7) Бекбулатов, И.Г. Расчет процесса фильтрования суспензий в проницаемых каналах /Р.И. Ибяттов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, И.Г. Бекбулатов// *Сборник трудов XIX Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-19)*. – Воронеж. – 2006. –Т.1. – С. 111–113.
- 8) Bekbulatov I.G. Mathematical Modeling of the Flow of Multiphase Heterogeneous Medium in a Permeable Channel / R.I. Ibjatov, L.P. Kholpanov, F.G. Akhmadiev, I.G. Bekbulatov // ISSN 0040-5795. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. – 2007. – Vol.41. № 5. –P. 490–499. – Pleiades Publishing, LTD. – 2007.
- 9) Бекбулатов, И.Г. Численное моделирование течения реологически сложной суспензии между соосными пористыми цилиндрами / Р.И. Ибяттов, Ф.Г. Ахмадиев, Л.П. Холпанов, И.Г. Бекбулатов// *Сборник трудов XX Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-20)*. – Ярославль. – 2007. –Т.1. – С. 74–75.
- 10) Бекбулатов, И.Г. Методы расчета фильтрования тонкодисперсных суспензий в проницаемых каналах / Р.И. Ибяттов, Ф.Г. Ахмадиев, Л.П. Холпанов, И.Г. Бекбулатов// *Сборник трудов XXI Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-21)*. – Саратов. – 2008. –Т.1. – С. 166-167.

10 →

11) Бекбулатов, И.Г. Математическое моделирование фильтрования многофазных суспензий в тонко-канальных аппаратах / Р.И. Ибяттов, Ф.Г. Ахмадиев, Л.П. Холпанов, И.Г. Бекбулатов // Сборник трудов XXII Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-22). – Псков. – 2009. – Т.9. – С. 5-7.

12) Бекбулатов, И.Г. Численное моделирование течения реологически сложной суспензии в проницаемых каналах различной формы / Ф.Г. Ахмадиев, Р.И. Ибяттов, И.Г. Бекбулатов // Сборник трудов XXIII Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-23). Саратов. – 2010. – Т.1. – С.109-111.

13) Bekbulatov I.G. Filtering two-phase medium in pipes and channels on the entrance section flow / F.G. Akhmadiev, R.I. Ibratov, I.G. Bekbulatov // 19 th International Congress of Chemical and Process Engineering. – Praha. – 2010. – file://localhost/E:/Files/0679.pdf, Org.Number:P3.280, Serial Number:0679, Topic: Filtration, sedimentation, centrifugation, hydrocyclons.

Соискатель \_\_\_\_\_ И.Г. Бекбулатов

Тираж 100 экз.

Заказ № 294

Офсетная лаборатория  
Казанского государственного технологического университета  
420015, Казань, К.Маркса, 68